

Τόμος Α

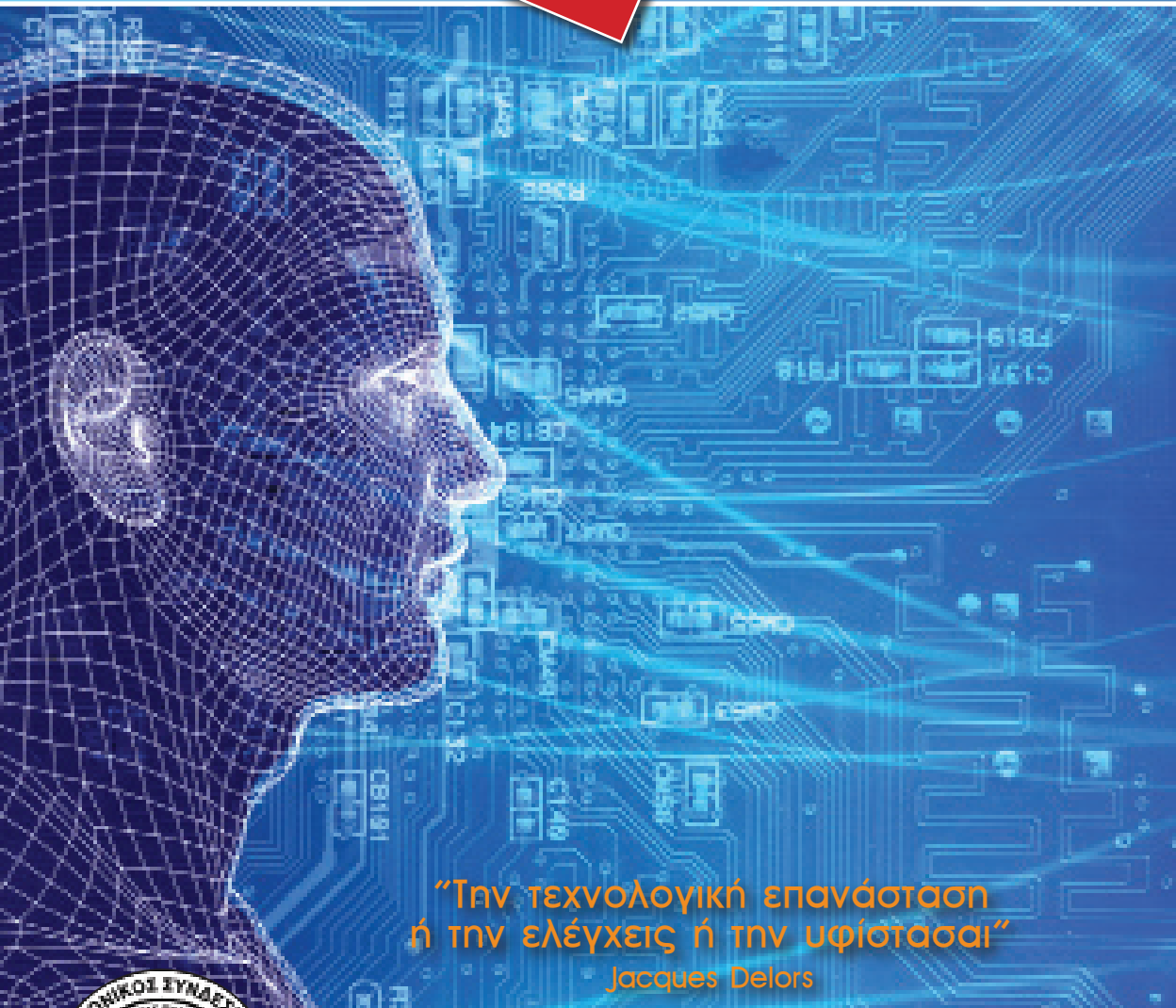
Τεύχος 9<sup>ο</sup>

ΜΑΙΟΣ 2018

Περιοδική Έκδοση ΚΕΣΕΑ-ΤΠΕ

# X-RAY @ Εκπαίδευση

[www.kesea-tpe.com](http://www.kesea-tpe.com)



“Την τεχνολογική επανάσταση  
ή την ελέγχεις ή την υφίστασαι”

Jacques Delors



Κυπριακός Επιστημονικός Σύνδεσμος Εκπαιδευτικών  
Αξιοποίησης των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των  
Επικοινωνιών (ΚΕΣΕΑ-ΤΠΕ)

# X-RAY@εκπαίδευση

**Εκπαιδευτικό Επιστημονικό  
Περιοδικό**

**ΙΔΙΟΚΤΗΤΗΣ:**

Κυπριακός Επιστημονικός  
Σύνδεσμος Εκπαιδευτικών  
Αξιοποίησης των Τεχνολογιών  
της Πληροφορίας και των  
Επικοινωνιών (ΚΕΣΕΑ-ΤΠΕ)

Τηλ.: +357-99553325

Φαξ: +357-25732211

ΚΕΣΕΑ - ΤΠΕ

Τ.Θ. 70650

3801 Λεμεσός

Κύπρος

<http://www.kesea-tpe.com>

**ΕΚΔΟΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:**

Πρόεδρος:

Καίτη Βασιλείου Νεοκλέους

Μέλη:

Διαμάντω Γεωργίου

Φωφη Φιλίππου

Ζωή Καουρή

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:**

Καίτη Βασιλείου Νεοκλέους

**ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ**

Γιώργος Ταλιαδώρας

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ:**

paperdrops

[www.paperdrops.com](http://www.paperdrops.com)

# Περιεχόμενα

4

Η Διαδικασία Λήψης Αποφάσεων στους  
Εκπαιδευτικούς Οργανισμούς

*Ph.D., Γιάννης Κασουλίδης*

11

Exploration Of Dge And  
Pre-Proving In The Primary Classroom

*Ph.D., Maria Pericleous*

Η Εκδοτική Επιτροπή δέχεται άρθρα για δημοσίευση σε επόμενες εκδόσεις του X-RAY@Εκπαίδευση. Πρέπει να είναι μέχρι 2000 λέξεις και να σχετίζονται κατά κύριο λόγο με την αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση. Να αποστέλλονται σε ηλεκτρονική μορφή στις διευθύνσεις: [fofi888@hotmail.com](mailto:fofi888@hotmail.com) και [xeandreas@hotmail.com](mailto:xeandreas@hotmail.com). Σε περίπτωση που η Εκδοτική Επιτροπή κρίνει ότι κάποιο άρθρο δε συνάδει με τις αρχές του περιοδικού, έχει το δικαίωμα να μη το δημοσιεύσει.

# Η Διαδικασία Λήψης Αποφάσεων στους Εκπαιδευτικούς Οργανισμούς

Γιάννης Κασουλίδης  
Ph.D.

Διευθυντής Σχολείου Δημοτικής Εκπαίδευσης  
Αντιπρόεδρος Κυπριακού Ομίλου Εκπαιδευτικής Διοίκησης (Κ.Ο.Ε.Δ.)  
Συνεργαζόμενο Εκπαιδευτικό Προσωπικό Ανοικτού Πανεπιστημίου Κύπρου

## Εισαγωγή

"It is the characteristic excellence of the strong man that he can bring momentous issues to the fore and make a decision about them. The weak are always forced to decide between alternatives they have not chosen themselves."

Dietrich Bonhoeffer

Οι αποφάσεις που λαμβάνει ο καθένας είναι καθημερινές και πολυάριθμες. Αρχίζουν από τα πιο απλά προσωπικά προβλήματα και καταλήγουν σε πολυσύνθετα και πολύπλοκα ζητήματα, στα οποία οι αποφάσεις λαμβάνονται με εμπλοκή πολλών ατόμων, με τους αποδέκτες να είναι ακόμη περισσότεροι. Όσο και αν η όποια σύγκριση φαίνεται δύσκολη αν όχι αδύνατη, μια βαθύτερη ανάλυση των δύο περιπτώσεων οδηγεί σε ταυτόσημες νοητικές διεργασίες. Συγκεκριμένα, και αν αναλογιστεί κανείς το κλασικό μοντέλο λήψης απόφασης, σε κάθε περίπτωση τίθεται μια προβληματική κατάσταση, που αναζητεί λύση, ή μια ευκαιρία που προσδοκεί πραγμάτωση (Holsapple & Whinston, 1996 · Kim, 1998 · Pitt, 1990). Μετά από διεξοδική ή μη ανάλυση των εναλλακτικών λύσεων, ο αποφασίζων επιλέγει την «ορθότερη» υπό τις περιστάσεις και κατά τον ίδιο καταλληλότερη απόφαση, έχοντας επίγνωση των προσδοκώμενων αποτελεσμάτων (Harrison, 1999) αλλά και των αναμενόμενων συνεπειών. Πέρα από τη διανοητική διάσταση της λήψης απόφασης,

ο Μπουραντάς (2002) σημειώνει ακόμη δύο διαστάσεις: την πολιτική διάσταση, με την έννοια ότι κάθε απόφαση διαταράσσει ισορροπίες συμφερόντων, αξιολογείται από κάθε άτομο ή ομάδα διαφορετικά, ανάλογα με το σύστημα αξιών, τις ανάγκες, τις ικανότητες, τις γνώσεις και άλλα χαρακτηριστικά της προσωπικότητας, και την τεχνική διάσταση όπου η κάθε απόφαση προσδιορίζεται ποιοτικά και ποσοτικά με σύγχρονες τεχνολογικές μεθόδους όπως ποσοτικά μοντέλα και συστήματα πληροφοριών.

Ο Dietrich Bonhoeffer (1906 - 1945) ήταν Γερμανός Λουθηριανός Πάστορας και Θεολόγος. Η ανάμειξή του σε συνωμοσία για την ανατροπή του Χίτλερ οδήγησε στη φυλάκιση και εκτέλεσή του. Retrieved from <http://en.thinkexist.com/search/searchQuotation.asp?search=decision>, 24/3/2018.

Η διαφορά μεταξύ των αποφάσεων, ή καλύτερα η βαρύτητα μιας απόφασης, δεν αναφέρεται στις καθ' αυτό διαδικασίες ή στον αριθμό των εμπλεκόμενων για τη λήψη της, αλλά ανάμεσα σε μεγέθη όπως το οικονομικό κόστος, τις κοινωνικοπολιτικές συνέπειες και τον αριθμό των επηρεαζόμενων αποδεκτών. Με βάση το τελευταίο, αντιλαμβάνεται κανείς πως η λήψη αποφάσεων σε οργανισμούς, είτε εκπαιδευτικούς είτε άλλους, αποτελεί καθοριστικής σημασίας διαδικασία μιας και το μέλλον, η επιτυχία, η αποτελεσματικότητα αλλά

και αυτή ακόμη η επιβίωσή τους στηρίζεται στην ορθότητα, την καταλληλότητα και την ποιότητα των αποφάσεων. Σύμφωνα με τους Lunenburg και Ornstein (2008), η διαδικασία λήψης απόφασης παίζει ουσιαστικό ρόλο στους εκπαιδευτικούς οργανισμούς. Οι επιδράσεις των αποφάσεων έχουν ουσιαστικό αντίκτυπο σε θέματα ηγεσίας, παρακίνησης και επικοινωνίας, καθώς και στις διαδικασίες αλλαγής στον οργανισμό. Ο McLaughlin (1995), θεωρεί τη λήψη αποφάσεων ως μια από τις πλέον απαιτητικές και μεγάλης σημασίας διαδικασίες ενός οργανισμού. Αφορά στις διάφορες μορφές προβλημάτων που πρέπει να επιλυθούν, σε στόχους που πρέπει να επιτευχθούν και σε ευκαιρίες που πρέπει να αξιοποιηθούν. Σε αρκετές περιπτώσεις, μάλιστα, πρόκειται για μια ομαδική εργασία την οποία διεκπεραιώνει ένα οργανωμένο σύνολο ατόμων, όπως είναι η διευθυντική ομάδα ενός σχολείου, μέσα από συζητήσεις, προτάσεις και αξιολόγηση των εναλλακτικών λύσεων. Οι Holsapple και Whinston (1996), τονίζουν ότι η λήψη αποφάσεων αποτελεί μια διαδικασία ανταλλαγής και αξιολόγησης γνώσης μεταξύ των υπευθύνων, η οποία στηρίζεται στη σχετική με τις προτεινόμενες εναλλακτικές λύσεις επιχειρηματολογία.

Από τα παραπάνω, προκύπτει πως η δράση, η επιτυχία και η αποτελεσματικότητα του κάθε οργανισμού εξαρτάται, σε μεγάλο βαθμό, από τις ατομικές και ομαδικές αποφάσεις που λαμβάνονται και, ιδιαίτερα, από τα αποτελέσματα και τις συνέπειες των αποφάσεων αυτών. Γι' αυτό το λόγο, ίσως, πολλοί συγγραφείς ταυτίζουν το διοικητικό έργο, την επιστήμη της Διοίκησης αλλά και αυτήν ακόμη την ηγεσία, με τη λήψη αποφάσεων (Hoy & Miskel, 2007 · Ramsey, 2006 · Tarter & Hoy, 1998). Συγκεκριμένα, οι Tarter και Hoy (1998), αναφέρουν πως: «Η διοίκηση είναι μια γενική, αφηρημένη εφαρμογή της λήψης απόφασης» (σ. 212), ενώ οι Tichy και Bennis (2007), τονίζουν το εξής: «Στη λήψη απόφασης το μόνο πράγμα που μετρά είναι το αν κερδίζεις ή χάνεις· το αποτέλεσμα. Τίποτα άλλο» (σ. 5).

## **Απόφαση - Μια Απόπειρα Ορισμού**

Η έννοια της λέξης απόφαση, όπως αυτή γίνεται κατανοητή στην απλή της καθημερινή χρήση, αναφέρεται στην επιλογή μίας εκ των δύο ή περισσότερων λύσεων που ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις ή προσδοκίες μιας προβληματικής κατάστασης ή μιας ευκαιρίας αντίστοιχα (Holsapple & Whinston, 1996 Hoy & Miskel, 2007 Μπουραντάς, 2002 Tarter & Hoy, 1998). Σύμφωνα με τον Μπαμπινιώτη (1998), ως απόφαση ορίζεται «η τελική γνώμη ή επιλογή (κάποιου), που διαμορφώνεται έπειτα από σκέψη και στάθμιση των δεδομένων». Το κύριο συστατικό της απόφασης, όπως φαίνεται και από τους παραπάνω ορισμούς, είναι το δικαίωμα ή καλύτερα η δυνατότητα της επιλογής. Ακόμη και στις περιπτώσεις εκείνες που ο αποφασίζων ισχυρίζεται πως δεν είχε άλλη επιλογή, εννοεί ότι η όποια άλλη απόφασή ή καλύτερα επιλογή του, θα είχε καταστροφικές, ασύμφωρες ή δυσάρεστες συνέπειες.

## **Λήψη Απόφασης στους Εκπαιδευτικούς Οργανισμούς**

Η λήψη απόφασης αφορά μια ορθολογιστική και σκόπιμη ενέργεια, η οποία έχει ως αφετηρία μια ευρύτερη στρατηγική αποφάσεων προχωρώντας στη συνέχεια στην εφαρμογή και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, κάτι που συμβαίνει σε όλους τους οργανισμούς (Tarter & Hoy, 1998). Παρόλο, δηλαδή, που η φύση, το περιεχόμενο και οι στόχοι ενός οργανισμού διαφέρουν από κάποιον άλλο, η διαδικασία λήψης απόφασης είναι κοινή, κάτι που εύκολα διαπιστώνει κανείς κατά την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας της εκπαιδευτικής διοίκησης και της διοίκησης επιχειρήσεων. Στο συγκεκριμένο υποκεφάλαιο, η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας προέρχεται, κυρίως, από το χώρο της εκπαιδευτικής διοίκησης, αφού το πεδίο έρευνας αφορά τους διευθυντές σχολείων.

Ο ηγέτης της σχολικής μονάδας κατά την άσκηση των καθηκόντων του, έρχεται

καθημερινά αντιμέτωπος με σωρεία θεμάτων και προβληματικών καταστάσεων όπου καλείται να δώσει λύσεις. Άλλωστε, ο ρόλος του ως ηγέτης συνδέεται άρρηκτα με τη διαδικασία λήψης αποφάσεων (Ramsey, 2006· Tarter & Hoy, 1998). Σύμφωνα με τον Ramsey (2006), η λήψη απόφασης και η ηγεσία θεωρούνται συνώνυμες έννοιες από το προσωπικό και τους άλλους παράγοντες του σχολείου. Το εκπαιδευτικό προσωπικό, μάλιστα, διατηρεί το σεβασμό του στο πρόσωπο του διευθυντή όσο οι αποφάσεις του είναι αποτελεσματικές, δημοφιλείς και ανώδυνες, γεγονός ιδιαίτερα δύσκολο στη σημερινή εποχή. Παράγοντες όπως το ραγδαία μεταβαλλόμενο σχολικό περιβάλλον, η εξέλιξη της τεχνολογίας, η ευκολία πρόσβασης σε μεγάλο όγκο πληροφοριών, οι οποίες συχνά μπερδεύουν αντί να διασαφηνίζουν, οι πολλές επιλογές και ο αριθμός των εμπλεκόμενων, ο καθένας με τις δικές του αξίες και επιδιώξεις, δυσκολεύουν σε μεγάλο βαθμό το διευθυντή να καταλήξει σε μια απόφαση ή, στην καλύτερη περίπτωση, τον καθυστερούν. Σύμφωνα με τον Τσιάκκιο (2006) ανάμεσα στις πηγές που προκαλούν άγχος στους διευθυντές συγκαταλέγονται οι κοινωνικές αλλαγές, οι σχέσεις με τους μαθητές/τους συναδέλφους/τους γονείς, ο εργασιακός φόρτος, τα διοικητικά γραφειακά καθήκοντα, η αξιολόγηση από άλλους, η πίεση του χρόνου, η αυτοεκτίμηση και η κοινωνική τους θέση, καθώς και οι φτωχές συνθήκες εργασίας.

Συνεπώς, η δουλειά ενός διευθυντή δεν είναι καθόλου εύκολη· τουναντίον, η ευθύνη που αναλαμβάνει για την αποτελεσματική εκπαίδευση ελεύθερων και δημοκρατικών πολιτών και, επιπρόσθετα, η ευθύνη της ασφάλειας και υγείας του εκπαιδευτικού προσωπικού και των μαθητών, καθιστούν το επάγγελμα του διευθυντή ιδιαίτερα αγχώδες και επίπονο. Οι ολοένα και περισσότερες απαιτήσεις σε ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο κόσμο, καθώς και οι κοινωνικές προσδοκίες για την αποτελεσματικότητα του οργανισμού, δημιουργούν στους διευθυντές αυξημένες ευθύνες για τη σωστή και αποδοτική διαχείριση

του χρόνου που έχουν στη διάθεσή τους (Κασουλίδης & Πασιαρδής, 2005). Παρ' όλα αυτά, αναμένεται από ένα συνειδητοποιημένο διευθυντή που αντιλαμβάνεται τον ηγετικό ρόλο της θέσης την οποία κατέχει, να πάρει δύσκολες αποφάσεις και να δώσει λύσεις σε προβλήματα μέσα σε ένα λογικά αποδεκτό χρονικό πλαίσιο.

Οι Pashiardis και Baker (1992), σημειώνουν δύο γενικές κατηγορίες αποφάσεων που συνδέονται με τη διοίκηση εκπαιδευτικών και άλλων οργανισμών: τις δομημένες ή προγραμματισμένες και τις αδόμητες ή απρογραμμάτιστες αποφάσεις. Οι προγραμματισμένες αναφέρονται σε θέματα ρουτίνας και λαμβάνονται με ευκολία στα χαμηλά στρώματα λήψης απόφασης του οργανισμού. Σε αυτές περιλαμβάνονται οι εγγραφές των μαθητών ή ο καθορισμός του ωρολογίου προγράμματος και η κατανομή μαθημάτων στους εκπαιδευτικούς. Αντίθετα, στη δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνονται αποφάσεις οι οποίες λαμβάνονται με δυσκολία κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας, σε απρόβλεπτες και λιγότερο συχνές καταστάσεις και αφορούν τα ψηλά στρώματα λήψης απόφασης του οργανισμού. Σε αυτή την κατηγορία, μπορεί να περιληφθούν οι καταστάσεις έκτακτης ανάγκης όπως, επίσης, και η εισαγωγή ενός νέου μαθήματος ή η εφαρμογή μιας εκπαιδευτικής καινοτομίας.

Ακολουθώντας ένα παρόμοιο συλλογισμό, ο Furnham (1997) αναφέρει πως στους εκπαιδευτικούς οργανισμούς υπάρχουν τρεις διακριτές κατηγορίες αποφάσεων. Οι λειτουργικές, που αφορούν καθημερινές αποφάσεις και θέματα ρουτίνας, οι τακτικές, οι οποίες ασχολούνται, κυρίως, με μεσοπρόθεσμα εκτός ρουτίνας θέματα, τα οποία δεν έχουν επίδραση στους στόχους του οργανισμού και, τέλος, οι στρατηγικές που αφορούν μακροπρόθεσμες επιδιώξεις, οι οποίες επιδρούν και επηρεάζουν τον οργανισμό.

Ο Kerchner (1993), ακολουθώντας το

ορθολογιστικό μοντέλο λήψης απόφασης, σύμφωνα με το οποίο οι αποφάσεις αποτελούν τη συνέχεια μιας αλυσίδας όπου προηγείται μια προβληματική κατάσταση, υποστηρίζει την ύπαρξη τριών διαστάσεων λήψης απόφασης στα σχολεία.

(α) Εξωτερικές και εσωτερικές αποφάσεις: στις εξωτερικές αποφάσεις περιλαμβάνονται οι οδηγίες ή οι εντολές από ένα κεντρικό κρατικό φορέα, όπως το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού, ενώ οι εσωτερικές επικεντρώνονται στο βραχυπρόθεσμο λειτουργικό προγραμματισμό και στο μακροπρόθεσμο στρατηγικό σχεδιασμό. Σύμφωνα με τον Kerchner, τα σχολεία ανταποκρίνονται πιο δυναμικά στις εξωτερικές αποφάσεις.

(β) Οι ιδιαίτερες και αυξητικές αποφάσεις: αποφάσεις οι οποίες λαμβάνονται από τα άτομα που βρίσκονται στα ψηλά σκαλοπάτια της ιεραρχίας, έχοντας μεγάλη εξουσία στα χέρια τους ως απόρροια ενός συγκεντρωτικού συστήματος.

(γ) Ατομικές και ομαδικές αποφάσεις: η διαδικασία μετακίνησης από τις ατομικές στις ομαδικές αποφάσεις και αντίστροφα εναπόκειται στους χειρισμούς της διευθυντικής ηγεσίας του οργανισμού. Σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, η διαδικασία μπορεί να αλλάξει δεδομένων των στρατηγικών αποφάσεων που θα πάρουν τα άτομα που εμπλέκονται ή επηρεάζονται από τα αποτελέσματα των αποφάσεων.

H Williams-Boyd (2002), με μια πιο απλοποιημένη θεώρηση των πραγμάτων σε ό,τι αφορά στη διαδικασία λήψης απόφασης στους εκπαιδευτικούς οργανισμούς, σημειώνει ότι η συγκεκριμένη διαδικασία «μετακινείται από την εξέταση του τι θεωρείται ως λάθος στο ποιες είναι οι επιλογές για την επίλυση του προβλήματος, στον καθορισμό της καλύτερης επιλογής, και τελικά στην εφαρμογή της επιλογής στην πράξη· ο αποτελεσματικός ηγέτης γνωρίζει την υφιστάμενη κατάσταση

στο σχολικό χώρο, γνωρίζει συλλογικά τι θεωρείται σωστό να πράξει, και αποφασίζει μέσω συνεργατικών διαδικασιών» (σ. 153).

## Στιλ Λήψης Απόφασης

Ο όρος στιλ λήψης απόφασης απευθύνεται κυρίως στο άτομο που παίρνει τις αποφάσεις με παραμέτρους όπως το περιβάλλον του οργανισμού, οι ιδιαίτερες κοινωνικοοικονομικές συνθήκες ενώ οι εμπλεκόμενοι στη διαδικασία τίθενται σε δεύτερη μοίρα. Έμφαση, λοιπόν, δίδεται στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της συμπεριφοράς του κάθε ατόμου ως ξεχωριστή οντότητα εφόσον ο καθένας, όταν βρεθεί μπροστά από ένα δίλημμα, αντικρίζει την κατάσταση με το δικό του προσωπικό φακό και από τη δική του οπτική γωνία (Driver, 1979· Driver, Brousseau & Hunsaker, 1990· Hawkins & Dulewicz, 2009· Spicer & Sadler-Smith, 2005).

Οι Scott και Bruce (1995), βασιζόμενοι στα ιδιαίτερα ατομικά χαρακτηριστικά του αποφασίζοντα αναφέρουν τα παρακάτω πέντε στιλ λήψης απόφασης:

- Ορθολογιστικός: υιοθετεί λογικές και δομημένες προσεγγίσεις στη λήψη απόφασης.
- Διαισθητικός: βασίζεται στη διαίσθηση, το ένστικτο και τις προσωπικές αντιλήψεις.
- Εξαρτημένος: βασίζεται στις κατευθυντήριες γραμμές και τη στήριξη τρίτων.
- Διστακτικός: αναβάλλει ή αποφεύγει να πάρει αποφάσεις.
- Στιγμαίος: παρορμητικός και έτοιμος να πάρει στιγμιαίες / απότομες αποφάσεις.

Οι Spicer και Sadler-Smith (2005), συνεχίζοντας την έρευνα των Scott και Bruce, διαπιστώνουν πως για να αναπτύξει κάποιος αποτελεσματικές διαδικασίες λήψης απόφασης πρέπει αρχικά να ξεπεράσει τις αδυναμίες και προκαταλήψεις του προσωπικού του στιλ λήψης απόφασης. Ένα σημαντικό

βήμα προς αυτή την κατεύθυνση, αποτελεί η επίγνωση από την πλευρά του ατόμου του στίλ που το αντιπροσωπεύει. Γνωρίζοντάς το και ταυτόχρονα αναγνωρίζοντας τις δυνατότητες και ελαττώματα που το συνοδεύουν, θα μπορέσει να βελτιώσει τις περιοχές εκείνες που χρειάζονται ενίσχυση.

**Πίνακας 1:** Τα πέντε στίλ λήψης απόφασης των Vroom και Yetton

Στίλ Ενέργειες ηγέτη

Αυτοκρατορικό

**A1** Αναλαμβάνει αποκλειστικά τη λύση του προβλήματος και τη λήψη απόφασης, χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που έχει στη διάθεσή του την εκάστοτε στιγμή.

**A2** Αντλεί αρχικά πληροφορίες από τους υφιστάμενούς του, αλλά στη συνέχεια αποφασίζει μόνος. Εναπόκειται στον ηγέτη κατά πόσο θα ενημερώσει ή όχι τους ακόλουθους για τη φύση του προβλήματος και το λόγο που αναζητά τις σχετικές πληροφορίες.

Συμβουλευτικό

**Σ1** Μοιράζεται το πρόβλημα με τους υφιστάμενους που επηρεάζονται με τον καθένα χωριστά, αντλώντας ιδέες και εισηγήσεις. Ακολουθώντας παίρνει την απόφασή του, η οποία δε συνδέεται κατ' ανάγκη με οποιοσδήποτε από τις εισηγήσεις που έλαβε.

**Σ2** Μοιράζεται το πρόβλημα με τους υφιστάμενους ως ομάδα σε μια κοινή συνάντηση, όπου και αποκομίζει ιδέες και εισηγήσεις. Ακολουθώντας, παίρνει την απόφασή του, η οποία ανταποκρίνεται ή όχι στις εισηγήσεις που έλαβε.

Ομαδικό

**OM** Μοιράζεται το πρόβλημα με τους υφιστάμενους ως ομάδα σε μια κοινή συνάντηση, όπου ανταλλάσσονται ιδέες και αξιολογούνται εναλλακτικές προτάσεις σε μια προσπάθεια να βρεθεί μια συναινετική λύση. Ο

ρόλος του είναι κατ' εξοχήν συντονιστικός και συμβουλευτικός ενώ ταυτόχρονα προσπαθεί να παρέχει όσο δυνατό περισσότερες πληροφορίες και ιδέες, χωρίς να πιέζει την ομάδα να υιοθετήσει τις δικές του απόψεις. Είναι έτοιμος να δεχθεί και να εφαρμόσει τη λύση εκείνη που έχει την υποστήριξη όλης της ομάδας.

Ίσως τη σημαντικότερη συνεισφορά στο κεφάλαιο Στίλ Λήψης Απόφασης, έχουν προσφέρει με την εργασία τους οι Vroom και Yetton (1973). Αντίθετα με τους Scott και Bruce, οι οποίοι υποστήριζαν ότι το κάθε άτομο ανήκει σε κάποιο συγκεκριμένο προσωπικό στίλ λήψης απόφασης, οι Vroom και Yetton πιστεύουν ότι ο κάθε ηγέτης μπορεί να χρησιμοποιήσει και τα πέντε στίλ λήψης απόφασης που περιγράφουν στο δικό τους μοντέλο, ανάλογα με τις εκάστοτε περιστάσεις. Τα πέντε στίλ λήψης απόφασης (Πίνακας 1) είναι το αυτοκρατορικό (δύο υποκατηγορίες), το συμβουλευτικό (δύο υποκατηγορίες) και το ομαδικό.

Όπως δεν υπάρχει ένας και μοναδικός τρόπος να οργανώσει, να διδάξει, να πραγματοποιήσει κανείς μια έρευνα, δεν υπάρχει ένας και μοναδικός τρόπος να ληφθεί μια απόφαση (Tarter & Hoy, 1998). Τα στίλ λήψης απόφασης των Scott και Bruce και Vroom και Yetton παρουσιάζουν αρκετές διαφορές και παρόλο ότι και τα δύο αναφέρονται στη λήψη απόφασης, μοιάζουν να ασχολούνται με εντελώς διαφορετικά πεδία. Εντούτοις, τόσο οι προσεγγίσεις τους όσο και οι απόψεις τους έχουν ένα κοινό παρονομαστή: το γεγονός ότι υπό κάποιες προϋποθέσεις, κάποιες προσεγγίσεις μπορούν να είναι πιο αποτελεσματικές από κάποιες άλλες. Εναπόκειται, λοιπόν, στους ηγέτες και στα άτομα που είναι επιφορτισμένα με την ευθύνη της λήψης απόφασης, να σταθμίσουν τα γεγονότα, να αξιολογήσουν τα δεδομένα και να υιοθετήσουν εκείνο το στίλ λήψης απόφασης που αρμόζει καλύτερα στις περιστάσεις.



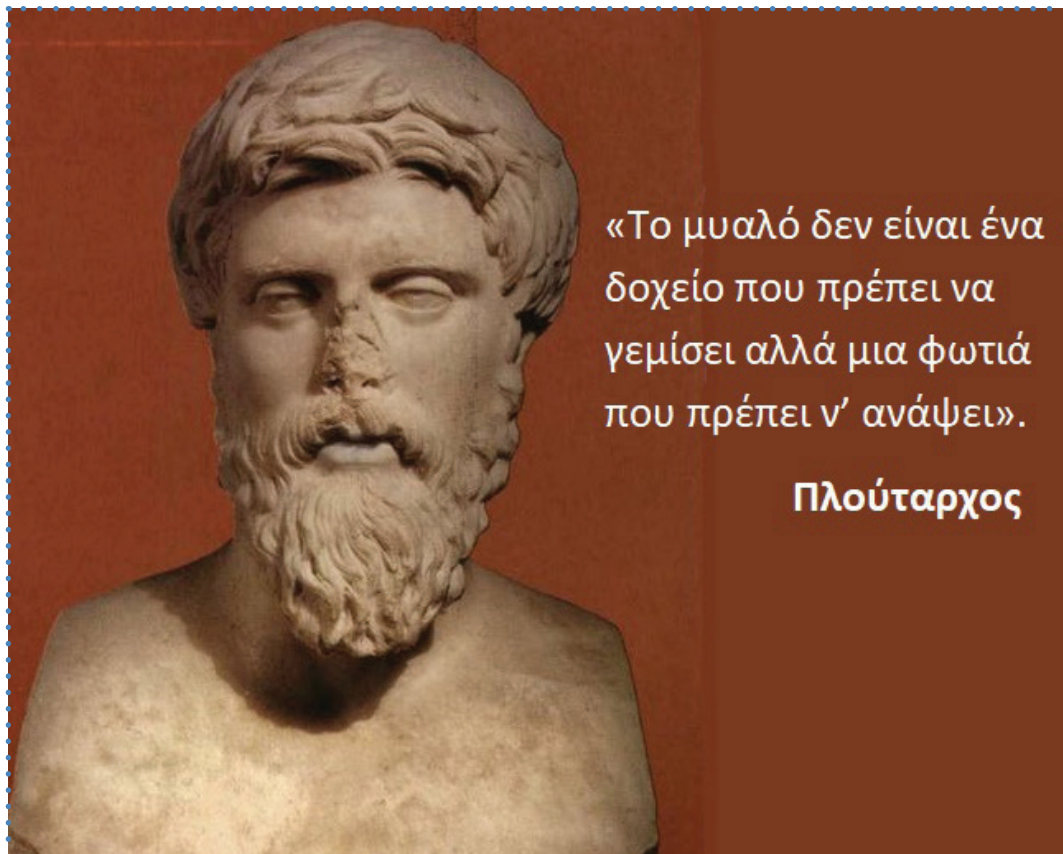
## Βιβλιογραφία

- Driver, M. J. (1979). Individual decision making and creativity, in Kerr, S. (Ed.), *Organizational Behavior*. Columbus: Grid Publishing.
- Driver, M. J., Brousseau, K. E. & Hunsaker, P. L. (1990). *The dynamic decision-maker*. New York: Harper.
- Furnham, A. (1997). Decision-making, the psychology of behavior at work □ the individual in the organization, 479-513. Hove East, UK: Psychology Press.
- Harrison, E. F. (1999). *The managerial decision making process*. Boston: Houghton Mifflin.
- Hawkins, J., & Dulewicz, V. (2009). Relationships between leadership style, the degree of change experienced, performance and follower commitment in policing. *Journal of Change Management*, 9(3), 251-270.
- Holsapple, C. W., & Winston, A. (1996). *Decision support systems: A knowledge based approach*. St. Paul, MN: West Publishing.
- Hoy, W. K., & Miskel, C. G. (2007). *Educational administration: Theory, research, and practice* (8th ed.). New York: McGraw-Hill, Inc.
- Κασουλίδης, Γ., & Πασιαρδής, Π. (2005). Τα κακά νέα: ο χρόνος πετά□ τα καλά νέα: το πηδάλιο είναι στα χέρια σου! Μια μελέτη περίπτωσης της κατανομής του χρόνου ενός διευθυντή δημοτικού σχολείου. *Επιστήμες Αγωγής*, 4, 83-104.
- Kerchner, C. T. (1993). *The Strategy of Teaching Strategy*. In *Cognitive Perspectives on Educational Leadership*, ed. Hallinger, P., Leithwood, K., & Murphy, J., 5-20. New York: Teachers College Press.
- Kim, L. (1998). Crisis construction and organizational learning: Capability building in catching-up at Hyundai motor. *Organization Science*, 9(4), 506-521.
- Lunenburg, F. C., & Ornstein, A. C. (2008). *Educational administration: concepts and practices* (5th ed.). Belmont, CA: Wadsworth/Thomson Learning.
- McLaughlin, D.I. (1995). Strengthening executive decision making. *Human Resource Management*, 34(3), 443-461.
- Μπαμπινιώτης, Γ. Δ. (1998). *Λεξικό της νέας ελληνικής γλώσσας*. Αθήνα: Κέντρο Λεξικολογίας.
- Μπουραντάς, Δ. (2002). *Μάνατζμεντ*. Αθήνα: Γ. Μπένου.
- Pashardis, P. A., & Baker, G. A. (1992). Effects of decision motive and organizational performance level on strategic decision processes. *Community/Junior College Quarterly*, 16, 15-33.
- Pitt, M. (1990). Crisis modes of strategic transformation: A new metaphor for managing technological innovation. In Loveridge, R. & Pitt, M. (Eds), *The Strategic Management of Technological Innovation* (pp. 253-272). Wiley: Chichester.
- Ramsey, R.D. (2006). *Lead, follow, or get out of the way* (2nd ed.). California: Thousand Oaks.
- Scott, S. G., & Bruce, R. A. (1995). Decision making style: the development and assessment of a new measure. *Educational and Psychological Measurement*, 55, 818-31.
- Spicer, D. P., & Sadler-Smith, E. (2005). An examination of the general decision making style questionnaire in two UK samples. *Journal of Managerial Psychology*, 20(2), 137-149.
- Tichy, N. M., & Bennis, W. G. (2007). *Judgment: How winning leaders make great calls*. New York: Portfolio.
- Tarter, C. J., & Hoy, W. K. (1998). Towards a contingency theory of decision making. *Journal of Educational Administration*, 36(3), 212-228.
- Τσιάκκίρος, Α. (2006). Το επαγγελματικό

άγχος των διευθυντών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης της Κύπρου: Πηγές, επιπτώσεις και στρατηγικές αντιμετώπισης. Διατριβή (PhD), Λευκωσία: Πανεπιστήμιο Κύπρου, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής.

Vroom, V. H., & Yetton, P. W. (1973). *Leadership and decision making*. Pittsburgh: University of Pittsburg Press.

Williams-Boyd, P. (2002). *Educational leadership: a reference handbook*. Santa Barbara: Contemporary Education Issues.



# EXPLORATION OF DGE AND PRE-PROVING IN THE PRIMARY CLASSROOM

Ph.D. **Maria Pericleous**

UCL Institute of Education, University of London

mariapericleous19@gmail.com

This paper focuses on a research study the aim of which is to investigate the activity of proving as constituted in a Cypriot classroom for 12 year old students. By drawing on Cultural-Historical Activity Theory and collaborative task design, this study explores the way the teacher is working with the students to foreground mathematical argumentation. Analysis of four video-recorded whole class discussions points toward a teacher-directed mathematical argumentation as an approach to establish justification as a socio-mathematical norm in the classroom.

**Keywords:** proof; exploration; explanation; justification; DGE

## INTRODUCTION

In recent years, it has been established that proof and proving should be integrated across all levels of schooling. (Hanna, 2000, Yackel and Hanna, 2003, Stylianides, 2007). In this context, explanation, justification and argumentation are aspects of proof that provide a foundation for further work on developing deductive reasoning and the transition to a more formal mathematical study (Yackel and Hanna, 2003). But what is meant by proof and proving? Mathematical argumentation is a discursive activity based on reasoning that supports or disproves an assertion and includes the exploration process, the formulation of hypotheses and conjectures, explaining and justifying the steps towards

the outcome and the proof of the statement. Thus, proof is at the core of mathematical argumentation, as a justification, an explanation and a valid argument.

Research on proof has proposed the function which proof should have in mathematics and school mathematics (Hanna, 2000), developed proof schemes (Harel and Sowder, 1998), explored the cognitive unity or distance that may exist between argumentation and its subsequent proof (Duval, 2007, Garuti et al, 1996, Pedemonte, 2001) and identified difficulties students face when approaching the construction and understanding of proofs (Balacheff, 1988).

Regarding proving in geometry, it is argued that the potentialities of dynamic geometry environments (DGE), such as Cabri, for the validation of geometric constructions, can be exploited so as to support students in linking informal argumentation to formal proof (Hoyles and Jones, 1998; Healy and Hoyles, 2001). However, providing students with opportunities to follow the reasoning of an argument, evaluating and constructing proofs is not enough. Expressing mathematical ideas does not happen spontaneously in DGEs. The role of the teacher becomes central and critical in orchestrating mathematical situations. The teacher shapes the rules of discourse that get privileged in classroom activity, assists

students in constructing mathematical ways of knowing that are compatible with those of wider society and promotes the negotiation, acceptance and development of these rules of discourse among students that would allow them to accept or reject an argument as proof (Yackel and Cobb, 1996). Yackel and Cobb (1996) refer to the normative understandings or interpretations of mathematical discussions that are specific to mathematics and students mathematical activity as socio-mathematical norms. Concerning technology, the teacher is also responsible for guiding the appropriation and transformation of the tool by the student (Noss and Hoyles, 1996; Virillon and Rabardel, 1995).

Research has responded to the need to conceptualise proof and proving in such a way that it can be applied not only to older students but also to those in elementary school (Stylianides, 2007). The question remains however to understand how proof is constituted in such classrooms. This is in accordance with Herbst and Balacheff (2009), who argue that the focus should not only be on proof as the culminating stage of mathematical activity, but also on the proving process and how this is shaped by the classroom environment. Thus, in understanding how proving is constituted in the classroom, a wider network of ideas is required as these ideas no doubt have an impact on how proof in the narrow sense is constituted.

To address this issue, I refer to pre-proving, that aspect of mathematical reasoning that might nurture proving. What are the roots of proving? Given that proof is both a justification and an explanation, it can be argued that emphasis should be placed in these two aspects of mathematical reasoning. In considering those functions of proof that are considered important for school mathematics (Hanna, 2000), evidence has been reported that the establishment of sociomathematical norms (Yackel and Cobb, 1996) for explanation and justification (Yackel and Hanna, 2003) might

foster deductive reasoning in the classroom. That is, describing, conveying and exchanging ideas through the act of communication, explaining and justifying statements influences the appearance of proof and the transition from unsophisticated empirical arguments to the level of sophistication that might be expected at the tertiary level. It is through exploration and investigation that all these elements surface and develop in the process of proving. Thus, when discussing the roots of proving, exploration, which activates intuition and encourages thinking, constitutes another notion that should be taken into consideration. Thus, pre-proving refers to those elements that direct mathematical reasoning towards the ultimate goal of formal proving; that is exploration, explanation, justification and communication. In the social environment of the classroom, where hypothesizing, explaining and justifying conjectures is encouraged, the tools and tasks used, the rules of the classroom, the way the students work together, the way the teacher negotiates meanings and other external factors all interact, interrelate and influence each other in forming classroom activity. The purpose of this study is to explore pre-proving and proving in the elementary mathematics classroom and the way the structuring resources of the classroom's setting shape this process. There is insufficient scope in this short paper to consider in detail these various levels and so this specific study focuses on one aspect of the role exploring plays in regards to pre-proving activity.

## METHOD

As this study is exploring the various forces that impact on the activity of proving, Cultural Historical Activity Theory (CHAT) is being employed as a descriptive and analytical tool alongside collaborative task design (a means of gaining access to the teacher's objectives), to capture the interaction of different levels, such as the actions of teachers, students and the wider field as evidenced in curricula and research documentation.

This study was conducted in a year 6 classroom in a primary school in Cyprus. Apart from the researcher, the participants were the teacher, a Deputy Principal at the school who endorses the integration of technology in teaching mathematics, and 22 students (11-12 years old) of mixed abilities. Even though using computers was part of the classroom's routine, the students were not familiar with dynamic geometry environments, DGEs. The data collection process as relevant to this paper included video data from the classroom observations and field notes. The content of the curriculum covered during the classroom observations was the area of triangles, and the circumference and the area of circle.

The overall process of analysis of the collected data was one of progressive focusing. According to Stake (1981, pp.1), progressive focusing is "accomplished in multiple stages: first observation of the site, then further inquiry, beginning to focus on relevant issues, and then seeking to explain". The systematization of the data led to the evolution of two broad activities: (i) the activity of exploration including the exploration of mathematical situations, exploration for supporting mathematical connections and exploration of the DGE and (ii) the activity of explanation which focuses on clarifying aspects of one's mathematical thinking to others, and sometimes justifying for them the validity of a statement. These activities were then interpreted through the lens of CHAT, by generating the activity systems of both exploration and explanation.

This specific paper focuses on four episodes, which were generated during classroom discussion, to show how the teacher was working with the students to foreground mathematical argumentation. In the four episodes presented in this paper, the students are expected to explain and justify the observations made in a DGE. An emphasis is given on the interplay between evidence and formal proof as well as on the way the teacher guides this argumentation. These episodes are

indications of how proving may be constituted in the classroom. Two dynamic geometry environments were employed over the period that these episodes took place; GeoGebra was utilised in planning and teaching the area of triangles, and Cabri was exploited in the lessons related with the circumference and area of circle. These tasks are employed as tools for exploring the mathematical formula for the area of triangles and the circumference and area of circle as active investigation and reflection promotes their development. Below, a description of the tasks employed is provided.

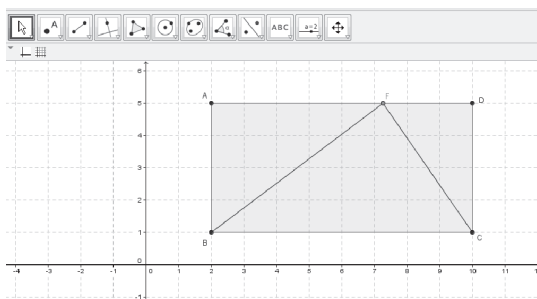


Figure 1: T, the area of triangles task

### GeoGebra task T

For this task, T, triangle BFC was inscribed in rectangle ABCD, with point F moving along AD (Fig.1). This task was designed and employed by the teacher as a way to enhance the generality of the algebraic expression of the area of triangles.

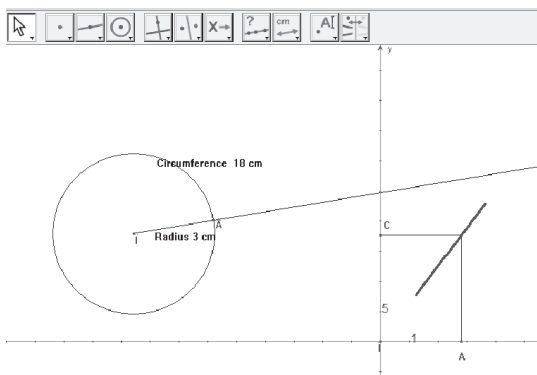


Figure 2: CG, the circumference graph task

## Cabri tasks CG and CA

Two Cabri tasks were designed: (CG,) the circumference graph and (AG,) the area graph. In CG, as a free radius point (A) is moved, the circle changes size and a linear graph of the circumference (C) against its radius is plotted (Fig. 2). By default, the trace of the graph was off but this could be switched on at any time. AG was designed in a similar way, though in this case the graph would be parabolic.

The rationale for designing the graphs was to explore the algebraic expression of the circumference and area of circle by relating the properties of the circle with the graph. In CG, the students could conclude that the increase of the circumference of the circle is proportional to its diameter and radius. The students could also have the opportunity to discuss the two graphs and make inferences regarding what the x and y axis in AG could represent in order for the curve to be a straight line.

## RESULTS

This section describes the four episodes that illustrate students' reasoning. In the following dialogues, T represents the teacher and S1, S2...Ss the students that participated in the discussion.

### Episode 1: Area of triangles

This episode is an extract of the classroom discussion that followed the formation of the definition of an altitude and the algebraic expression for the area of a triangle. Lines 1-2 form a synopsis of the ways with which one can find the area of triangles. In line 5, the teacher introduces task T for the first time.

1 T: What do we notice about the area of a triangle?

2 S1: For the area of a triangle we notice that we can find it with two ways. We

3 can multiply the base with the altitude and

divide it by 2 or we can count

4 the squares that are inside the triangle.

5 T: Good. Now I have this triangle here (Fig.1). (The teacher moves point F

6 long AD).

7 Is the area of the triangle half the area of the rectangle? Yes, no and why?

8 S1: The area is the same when you move it.

9 T: Why?

10 S2: Because the base and the altitude stay the same.

11 T: Very nice. (The teacher moves again point F along AD).

12 Is the area of the triangle half the area of the rectangle? Yes, no and why?

13 S3: Yes, the area of the triangle is half the area of the rectangle because it

14 covers half the area of the rectangle.

15 T: How do I know that? What stays the same?

16 S3: The base.

17 S4: The base is equal with one side of the rectangle and the altitude with the

18 other side.

19 T: If I move the vertex here? (Fig.3)

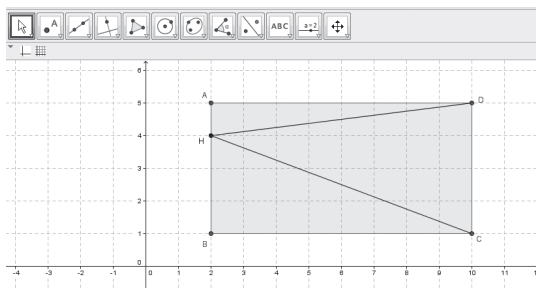


Figure 3: Area of triangles

20 S6: The altitude...

21 T: Is it still half the area of the rectangle?

22 S7: Yes.

23 T: Why?

24 S7: Because you didn't change...

25 T: What stays the same?

26 S7: The base is the same, the altitude is the same.

27 T: If I move it here?

28 Ss: The same.

Episode 2: Circumference graph

After exploring the algebraic expressions for the circumference and the area of the circle, the teacher and the students explore the circumference graph.

29 T: What is constructed?

30 S1: A line.

31 S2: A curve.

32 T: Can we understand why while we increase the radius, the circumference

33 increases and a line is being constructed?

34 S3: It's like what we do in science, proportional figures.

Episode 3: Area graph

The previous discussion continues with the teacher moving to the area graph (Fig.4). The teacher moves the point along the path.

35 T: What is being constructed?

36 S1: A curve.

37 T: Why is this curve constructed?

38 S2: Because it is radius times itself.

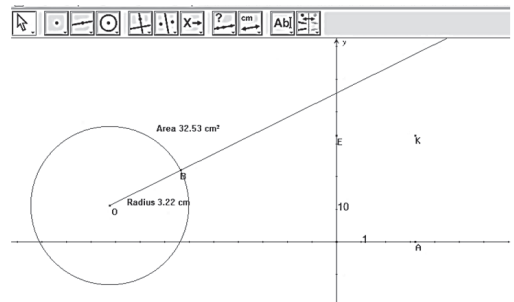


Figure 4: AG, the area graph task

39 T: Yes.

40 S3: It doubles.

41 T: It doubles?

42 S4: No, it's squared.

#### Episode 4: Area against $r^2$

This discussion follows the exploration of the two graphs.

43 T: Now I want to see what I should put on the axis (the teacher means the x

44 axis) so that while I increase the radius, the area increases as well and

45 makes a line.

46 S1: Radius.

47 T: To get a line. What should I have on the x axis?

48 S2: Circumference?

49 T: I want to compare it with the radius.

50 S3:  $r^2$

51 S4:  $r^2$

## DISCUSSION

In episode 1, the activity is employed as a way to enhance the generality of the algebraic expression of the area of triangles. By exploiting the opportunities dynamic geometry environments provide in mediating students' understanding, this activity that unfolds is also employed for strengthening the understanding of the formula of the area of triangles. The teacher shows several triangles to students by moving point A and asks repeatedly whether the area of the triangle is half the area of the rectangle and why (lines 7, 12, 21, 27). The teacher does not accept answers that only rely on what is shown on the screen (line 13), endorsing the gradual detachment from empirical arguments and the move towards formal mathematical reasoning. Conviction and verification is not enough; attention is given in negotiating acceptable explanations and justifications.

In episode 2, the student (line 34) relates his observation with elements of the science curriculum taught in Year 6. The student appears to compare the radius and circumference of the circle by reference to the constant of proportionality, previously encountered in science experiments. This may also be considered as reasoning by analogy as involves making an assertion which is based on similarities between two situations, one well-known and another less well understood. What seems striking in this episode is that the teacher does not further discuss this statement.

The three students in episode 3 are responsive to the idea of a non-linear relationship. These students had no experience with parabolas or quadratics from school. However, they have already been introduced to the formulas for the circumference and area of a circle and they have previously discussed the circumference graph. It could be argued that there may be some guesswork by the students in recognising that this is about  $\pi r^2$ , and that because the radius is squared in the formula the curve is produced. Nevertheless, it can reasonably be

argued that the experience of seeing dynamically the movement of the radius point and the corresponding non-linear movement of the area point in a DGE has supported the students making a connection. Thus they may be using knowledge of the formula  $\pi r^2$ , to gain a dynamic graphical appreciation of the formula.

In episode 4, the teacher seeks to advance the discussion by encouraging students to compare the two graphs and formulas and make an assertion (line 43-45). Two students recognise that it is radius squared that produces the curve. However, the teacher just agrees with the students and moves on, realising that the situation is too difficult for these students. This is an example of how the teacher still puts emphasis on explanation and justification, but it does not always work as sometimes the knowledge cannot be shared by the classroom community (Stylianides, 2007).

These examples show the teacher leading the students through a process of reasoning and justifying. It is noticeable that the students are not independently trying to seek explanations and justifications. However, in order for the socio-mathematical norm of explaining and justifying to be established in the classroom, the teacher has to explicate this process and demonstrate to the children what the nature of justifying is and why it is important. The above remarks, allow us to argue that the way that proving is constituted in this classroom at that time is by the teacher in a way demonstrating the idea of what proving is, the nature of proving and that justification is important in mathematics, rather than placing emphasis on the children somehow discovering proving and the need for justification by themselves. Classroom observations as well as discussions with the teacher reveal that is concerned with the sudden introduction of students to proof at lower secondary school (a point made by Stylianides, 2007, p.291). Thus, by placing emphasis on explanation and justification, the teacher aims to prepare students for the introduction of proof more formally in secondary school. Therefore,



the teacher is also making forward connections with parts of mathematics that the students will explore in secondary school.

By considering these illustrative episodes I now turn to the way exploring is connected with pre-proving. Exploration of mathematical situations that provide the opportunities to hypothesise, make conjectures and test these conjectures might give rise to explaining and justifying. However, difficulties may arise. Alternatively, the exploring opportunity may be exploited so as to negotiate and establish socio-mathematical norms in the classroom. As the sociomathematical norms established in the classroom are related with the very nature, functions and characteristics of proof and proving, their establishment strengthens the activity of explanation. Thus, the socio-mathematical norms related with explaining and justifying ('doing mathematics requires us to use precise language', 'doing mathematics requires us to justify our assertions') might give rise to explaining and justifying and thus, proving.

## CONCLUDING REMARKS

The aim of this paper was to shed some light on the area related with the activity of proving as constituted in the naturalistic setting of the mathematics primary school classroom. The elements that drive pre-proving activity and influence the way proving may be established in the classroom have been identified. That is, in mathematical argumentation, pre-proving is coming out of reasoning through exploring, explaining and justifying and can lead to proving. The four examples illustrated in this paper indicate that mathematical argumentation is teacher-directed; an approach followed so as to establish explaining and justifying as a socio-mathematical norm in the classroom. Research on proving places importance on students proving and justifying conjectures (Marrades & Gutiérrez, 2000, Pedemonte, 2001). The question is how would proving become constituted in the classroom with justification becoming a socio-mathematical norm. It seems

unlikely that elementary students will come to appreciate this critical aspect of mathematics on their own. Here we have seen how a teacher orchestrates (Drijvers et al, 2009) classroom activity by taking the lead and steering the discussion through the use of DGEs.

However, this does not tell the whole story. Although not reported here, it was noticeable how exploration was connected with defining, another aspect of classroom activity. That is, exploration can lead to explaining and justifying necessary for defining. Exploration can also lead to conclusions that strengthen the fusion of the concept image and the concept definition. Defining as a mathematical activity entails formulating a definition, negotiating what one wants a definition to be and why and refining or revisiting a definition. This activity can occur as the students are generating conjectures, creating examples, and trying out or 'proving' a definition or a statement. It entails explaining and justifying and thus, might give rise to proving.

## References

- Ballachef, N. (1988). Aspects of Proof in Pupils' Practice of School Mathematics. In D. Pimm (Eds.) *Mathematics, Teachers and Children*. London: Hodder and Soughton, 216-235.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P. & van Gisbergen, S. (2009). Instrumental Orchestration: Theory and Practice. In Durand-Guerrier, V., Soury-Lavergne, S. & Arzarello, F. (Eds.) *Proc. 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp.1349-1358). Lyon: INRP.
- Duval, R. (2007). Cognitive functioning and the understanding of mathematical processes of proof. In P. Boero (Eds.) *Theorems in School: From History, Epistemology and Cognition to Classroom Practice*. Sense Publishers, 137-162.
- Garuti, R., Boero, P., Lemut, E. & Mariotti, M. A. (1996). Challenging the traditional school approach to theorems. *Proc. 20th Conf. of the Int.*

- Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol.4, pp.113-120). Valencia: PME.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 5-23.
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld & J. Kaput (Eds.) *Research on Collegiate Mathematics Education III*. American Mathematical Society, 2, 234-282.
- Healy, L. & Hoyles, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 235-256.
- Herbst, P. & Balacheff, N. (2009). Proving and knowing in public: The nature of proof in a classroom. In D. Stylianou, M. Blanton & E. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 Perspective* (pp.40-63). New York: Routledge.
- Hoyles, C. & Jones, K. (1998). Proof in Dynamic Geometry Contexts. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 121-128.
- Marrades, R. & Gutierrez, A. (2000). Proofs Produced by Secondary School Students Learning Geometry in a Dynamic Computer Environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44 (1/2), 87-125.
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning Cultures and Computers*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Pedemonte, B. (2001). Some cognitive aspects of the relationship between argumentation and proof in mathematics. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proc. 28th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp.33-40). The Netherlands, Utrecht: PME.
- Rochelle, J. (1998). Activity theory: A foundation for designing learning technology? *The Journal of the Learning Sciences*, 7(2), 241-255.
- Stake, R.E. (1981). The art of progressive focusing. In 65th Annual Meeting of the American Educational Research Association. Los Angeles: CA (pp.1-8).
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.
- Virillon, P. & Rabardel, P. (1995). Cognition and Artifacts: a Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77-101.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms: Argumentation and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yackel, E. & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. In J. Kilpatrick, W.G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research comparison to NCTM's Principles and Standards for School Mathematics* (227-236) Reston, VA: NCTM.

X-RAY



εκπαίδευση

[www.kesee-tpe.com](http://www.kesee-tpe.com)